

Title	慣性の相対性とマッハ原理：一般相対性理論の形成過程をめぐって
Author(s)	小野田, 波里
Citation	科学哲学科学史研究 (2011), 5: 21-49
Issue Date	2011-02-28
URL	<a href="http://dx.doi.org/10.14989/137423">http://dx.doi.org/10.14989/137423</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

# 慣性の相対性とマッハ原理

## 一般相対性理論の形成過程をめぐって

小野田 波里\*

The relativity of inertia and Mach's principle:  
An analysis of the process of forming the general theory of relativity

Hari ONODA

### abstract

In the process of forming the general theory of relativity, demands of the theoretical principle play an important part, and these are regarded as the basis that the general theory of relativity is a relativistic theory of space and time, combined with Einstein's philosophical reference. However, historically speaking, the general theory of relativity was not constructed on some theoretical stipulations in a consistent way, but rather it went through some shifts of them. So by scrutinizing these shifts, we may clarify the actual process of the theory's construction. In this paper, we pay attention to two ideas, "the relativity of inertia" and "Mach's principle," which are not regarded as a theoretical principle of the general theory of relativity nowadays. And we will try to give an answer to the following questions: (1) why Einstein thought that "Mach's principle" was important as a theoretical principle when the general theory of relativity completed, (2) why he thought "Mach's principle" was related to what Ernst Mach claimed, and (3) what is the idea which was called "the relativity of inertia." Making these ideas clear contributes to solve some confusions on the foundation of the general theory of relativity.

## §1 はじめに

一般相対性理論の形成過程を踏まえて哲学的に時空の理論を議論する際、原理的な要請の分析が行われることが一般的である。その際、「一般相対性原理」、「一般共変性原理」、「等価原理」などの分析が中心となる。本論考ではその際検討されることが少ない「慣性の相対性」と「マッハ原理」に注目する。その上で両者が一般相対性理論の

---

\* 北海道大学大学院理学院 onoda@cos-mos.net

原理的な要請の1つと位置づけられるかどうかを考察する。その検討を通して、「慣性の相対性」に一貫した解釈を与え、それが「マッハ原理」の中心的な内容の源となっていること、そして一般相対性理論の形成過程において「慣性の相対性」が一貫して維持されており、この主張がアインシュタインの考えた「マッハ的な理論」の要素を担っていることを示す。

「慣性の相対性」と呼ばれるアイデアがどのようなものかということや一般相対性理論の原理的要請としての位置を明確にすることの意義は次のようなものである。完成した一般相対性理論においては、「慣性の相対性」と「マッハ原理」という考えは維持できないとされている。しかしこの実現されなかった「原理的要請」が何かを明確にすることで、アインシュタインが目指していた理論がどのようなものかを明らかにすることができるだろう。このことが時空の理論として望ましい理論を考える出発点となると考える。

本稿の §2 以降の具体的な構成は以下のとおりである。

§2 準備として「慣性の相対性」、「マッハ原理」、「慣性」について概要を示し、今後の議論の見通しを示す。

§3 その後の理解の助けとなるよう、一般相対性理論の成立についての概要を示す。

§4 一般相対性理論で幾つか見られる原理的要請について整理し、「マッハ原理」がどのように登場しているかを示す。

§5 アインシュタインのマッハ理解との比較の前提として、マッハのニュートン批判について概観する。

§6 「慣性の相対性」というアイデアの整理を行う。

§7 一般相対性理論が完成するまでの過渡期のそれぞれの段階において「慣性の相対性」が具体的にどのように扱われているかを詳細に検討する。

§8 一般相対性理論が完成した後の原理的要請に関する主張を示した後に、それを踏まえ一般相対性理論の形成における「慣性の相対性」の位置づけについて検討する。

§2 以降の議論の助けとするため以下にアインシュタイン論文の概要についての年表を付しておくので適宜参照されたい。

発行年	邦題	内容
1907	相対性原理とそこから引き出される帰結	「等価原理」を提示 静的重力場の理論を提示
1911	光の伝播に対する重力の影響	静的重力場の理論を展開 重力場による光の湾曲を示す
1912	電磁誘導と類似した重力効果はあるか？	「慣性の相対性」のアイデアの提示
1913	一般相対性理論および重力論の草案	アインシュタイン グロスマン理論を展開
1914a	重力理論の物理的基礎	「慣性の相対性」の表現の初出
1914d	一般相対性理論の形式的基礎	「穴の議論」を展開
1915	一般相対性理論について	重力場方程式の提示
1916	一般相対性理論の基礎	総括論文
1917	一般相対性理論についての宇宙論的考察	宇宙モデルの提示 宇宙項導入による重力場方程式の修正
1918	一般相対性理論についての原理	「マッハ原理」に言及

表1 アインシュタイン論文等年表

## §2 慣性, 「慣性の相対性」, 「マッハ原理」: 議論の準備

この論考において中心的に扱われる「慣性の相対性」という概念について、ひとまずここでは次のようにまとめておこう。すなわち一般相対性理論の成立の過程において、「目指すべき理論において『慣性』が『相対的』であるべき」とするさまざま主張の総体である。そしてこのような主張は、のちに「マッハ原理」という名前を与えられるもととなったアイデアとされる。

「マッハ原理」と名付けられた主張は一般相対性理論が完成した後、1918年論文「一般相対性理論についての原理」<sup>1</sup>において次のような形で示される。

### マッハ原理

重力場は完全に物体の質量によって決定される。……重力場は物質のエネルギーテンソルによって引き起こされ決定されるといえる<sup>2</sup>。

<sup>1</sup> Einstein 1918. 主要なアインシュタイン論文については §1 末にアインシュタイン論文等年表を付しているので適宜参照すること。

<sup>2</sup> Einstein 1918, pp. 241-242.

「マッハ原理」はこの論文で一般相対性理論が満たすべき3つの原理の1つとして示されているが、後に一般相対性理論においては実現していないとして捨てられている。

このような「マッハ原理」は「質点の慣性という性質は大域的な物質分布によって完全に決定される」という主張に起源を持ち、これが「慣性の相対性」と呼ばれるものの内容の1つである。そしてこの主張は「慣性質量」についての理論に即した議論、すなわち「質点の慣性質量は局所的な物質の存在に影響を受ける」ということに関連づけられ、これらが「慣性の相対性」として論じられている。これがこの論考で示したい「慣性の相対性」と「マッハ原理」の関係である。

「マッハ原理」については、マッハの名を冠していることから、一般相対性理論におけるマッハの影響と関連づけられ言及されていることが多々ある<sup>3</sup>。しかし一般相対性理論の成立の過程において、明確に「マッハ原理」と名づけられることがないことや、完成した理論においてはこの主張が維持できないとして後に捨てられることから、哲学的な議論においては、他の原理的要請に比べ重視されていないことも多い<sup>4</sup>。また「マッハ原理」をテーマとして取り上げる場合も、曖昧さが強調されて論じられ、一貫した内容を持つものとして取り上げられることは少なく<sup>5</sup>、「マッハ原理」の定式化について十分な合意があるとはいえない<sup>6</sup>。

「慣性の相対性」は「マッハ原理」のように「原理として公式に示された」ことさえなく、哲学的議論において重要なテーマとなる機会はさらに少ない。では「慣性の相対性」に注目することで何が見えてくるのだろうか。一般相対性理論の成立の過程を見ると §3 でも概観するように紆余曲折を経ている。そのため、発見的な指導原理である「等価原理」に続く指導原理に注目すると、「特殊相対性原理」の拡張としてどのような原理を重視しているかということを明らかにすることは簡単ではない。その一方で常に理論が正しい方向へ進んでいるというアインシュタインによる正当化も見られる。

そこで目指す理論が満たすべき条件が「慣性の相対性」のアイデアと関連づけられ

<sup>3</sup> 例えば「マッハ原理」をテーマに論集 (Barbour and Pfister 1995) が編まれるなどアインシュタイン研究の重要なテーマの1つとして、多くの哲学者、科学者の両者の関心を引いている。

<sup>4</sup> 例えば本論考と重なる時期が取り上げられている議論 (Earman and Glymour 1978) では、「慣性の相対性」についてはほとんど注目されていない。

<sup>5</sup> 「マッハ原理」の定式化をテーマとしている議論もある (Hofer 1996) がここでは「マッハ原理」の内容の変化が注目されている。

<sup>6</sup> Barbour 1995, p. 125; Barbour 2010, p. 1263 では「マッハ原理」を論じる際の概念の混乱、議論の不十分さの指摘についての指摘がある。

ていること、このような分析を通じて「慣性の相対性」を理論の形成を反映した具体的な内容と「理論的要請」とに区別できること、そしてこのような概念が一般相対性理論の形成において、原理的要請として一貫して重視されていたことを示そう。また「慣性の相対性」がマッハの主張とどの部分で関連しているかを分析することで、「マッハ原理」と「慣性の相対性」の関連も明確となるだろう。

最後に「慣性の相対性」の内容がつかみにくく、曖昧であることについて簡単に触れておく。「慣性」とは空間における物体の運動に関する基本的な概念であるが、さらに特殊相対性理論から一般相対性理論にかけては、時空についての見方が大きく変わっている。時空の新しい理論を模索していた時期において、時空のあり方と深くかかわった「慣性」概念に関する扱いが不安定になったことや、理論における慣性のあらわれの変化が時空のあり方を考える後押しとなったことなども考えられる。このような背景もあり一般相対性理論の形成過程において「慣性の相対性」という言葉が曖昧なまま用いられている。そこで「慣性の相対性」と関連づけられた雑多な主張の中で、どの部分が議論の中心として維持されているかということを注意深く整理していくことが大切であると考える。

### §3 特殊相対性理論から一般相対性理論へ

特殊相対性理論が完成したのは1905年であり、1915年の一般相対性理論の完成まで10年近くを要している。特殊相対性理論から一般相対性理論への過程は簡単に示すと次の段階を経ている。

1. 静的重力場の理論：一様加速運動と時間変化のない一様重力場を等価と見なす理論
2. アインシュタイン - グロスマン理論：絶対微分の導入、テンソルによる重力場方程式の記述の探究
3. 「穴の議論」：一般共変な重力場方程式の放棄
4. 一般相対性理論の完成：一般共変な重力場方程式の提示

以下 3.1 から 3.5 では特殊相対性理論から一般相対性理論への道筋を概観する<sup>7</sup>。ただし一般相対性理論という重力場の理論は、重力場の状態を決める「重力場方程式」と重力場における「質点の運動方程式」の2つが基本方程式であり、この2つの探究が一般相対性理論の形成過程といえる。そして後で詳しく見る「慣性の相対性」については、困難であった重力場方程式ではなく、「質点の運動方程式」にかかわる議論であるということについても注意を促しておく。

### 3.1 特殊相対性理論とその限界

特殊相対性理論は次の2つの原理に基づく理論である。

- 特殊相対性原理
- 光速不変

特殊相対性原理とは、慣性系に対して等速直線運動をする系でも物理法則が同じ形で成り立つべきであるという主張である。さらに光速が慣性系において一定であるという主張を基礎とし、同時性の相対性を導いている。特殊相対性理論では、時間と空間の物差しは独立ではなく、次のような関係を満たす。

$$ds^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 \quad (1)$$

$ds$  は不変量で、この基本方程式はローレンツ変換に関して共変である。

特殊相対性理論で扱うことができるのは、慣性系に対して互いに等速直線運動をする系のみである。また運動学と電磁気学が対象であり、重力を扱うことはできない。この2点が特殊相対性理論の限界であり、一般相対性理論はこの限界を超えることを目指したものである。

第1の運動状態が慣性運動のみに限られるという点は、ニュートン力学と同様に運動の記述において慣性系という特権的な参照系の存在を認めるものである。ニュートン力学に対して、絶対空間、絶対時間を必要としない力学が存在するのであれば、それは慣性系のみではなく、任意の運動状態にある系を記述することができる必要がある。第2に、特殊相対性理論が扱うのは運動学と電磁気学に限られており、重力を扱うことはできなかったため、この当時の物理学者の関心は、特殊相対性理論を重力理

<sup>7</sup> 一般相対性理論の形成史を踏まえた一般相対性理論の考察については、Norton 1984 あるいは Stachel 1989a に詳しい。ただしこれらの議論で中心となる重力場の方程式の導出については本稿では議論の都合上ほとんど触れない。

論に拡張することであった。

### 3.2 静的重力場の理論

特殊相対性理論から新しい理論への第一歩となったのは 1907 年論文「相対性原理とそこから引き出される帰結」<sup>8</sup>である。この論文では、特殊相対性理論についての解説を行っているが、その最後の章で次のように問いかけている。

これまで相対性の原理、つまり物理的法則は参照系の運動状態と独立であるという仮定は、非加速参照系のみに適用されてきた。相対性の原理をお互いに加速されている系にも適用することは考えられないだろうか？<sup>9</sup>

この論文では加速度系に相対性原理を適用するために次のような議論が行われている。以下 2 つの系を考える。

$X$  軸方向に  $\gamma$  で加速されている系  $\Sigma_1$

静止し、物体を  $X$  軸方向に  $-\gamma$  で加速させる一様重力場が存在する系  $\Sigma_2$

重力場ではすべての物体が同じ加速度を受けることより、この 2 つの系  $\Sigma_1, \Sigma_2$  に関する物理法則は同じである。その点を指摘してこの 2 つの系について次のように述べ等価原理を提示している。

現在の経験的見地からは、いかなる観点についても系  $\Sigma_1$  と  $\Sigma_2$  の違いを仮定することはできない。それゆえ重力場と対応する参照系の加速度の完全な物理的等価性を仮定しよう。この仮定は相対性原理を一様に加速された参照系に拡張する。この仮定の発見的な価値は一様重力場を一様加速参照系で置き換えることが可能になることにある<sup>10</sup>。

さらに 3 年後の 1911 年論文「光の伝播に対する重力の影響」<sup>11</sup>において次のように述べている。

<sup>8</sup> Einstein 1907.

<sup>9</sup> Einstein 1907, p. 454.

<sup>10</sup> Einstein 1907, p. 454.

<sup>11</sup> Einstein 1911. この論文では等価原理をもとに一様静的重力場の考察を行い、太陽の近くを通過する光線が重力の影響により湾曲することを示している。ただしここで示された値は正しい値の半分である。



このような見解を採用するときは、座標系の絶対加速度について話すことは無意味となる。このことはちょうど特殊相対性理論に従うとき、座標系の絶対速度について語ることが無意味であったのと同様である<sup>12</sup>。

等価原理はこのように特殊相対性原理の拡張の根拠、出発点となっている。静的重力場とそれに対応する一様加速度が物理的な違いを持たず等価である、つまり一様加速度と静的重力場の違いが絶対的な意味を持たないということから、絶対加速度が無意味な理論につながるという考察の出発点になっている。

この時点では、一様加速度と静的重力場に限定されている対象をさらに一般的な加速度系に拡張する、という方向で相対性理論の拡張が目指される。ただしこの理論では時間的変化のない一様重力場すなわち静的重力場が扱われており、運動の記述は一様加速度系に制限されていた。この理論では重力は次のように扱われている。

ニュートン力学における重力場の方程式であるポアソン方程式は次のとおりである（ただし  $\varphi$  : 重力ポテンシャル,  $\kappa$  : 重力定数,  $\rho$  : 物質密度）。

$$\Delta\varphi = \kappa\rho \quad (2)$$

これに対応して静的重力場における重力場の方程式は次のとおりである（ただし  $c$  は重力場における光速）。

$$\Delta c = \kappa c\rho \quad (3)$$

この静的重力場の理論では、光速は特殊相対性理論のように一定ではなく、重力により変化する変数である。重力ポテンシャルは、位置の関数である光速によって記述されている。さらに静的重力場における運動量とエネルギーの考察より運動方程式が導かれている。

このように静的重力場の理論は、光速によって重力場を表現し、時間的に変化しない重力場における質点の運動について記述したものである。

### 3.3 アインシュタイン - グロスマンの理論

静的重力場の理論は、位置による重力の変化のみで、重力の時間的な変化を扱うことができない。この理論の拡張を目指していたアインシュタインは友人のグロスマン

<sup>12</sup> Einstein 1911, p. 899. 強調はアインシュタインによる。以下アインシュタイン論文の日本語訳のうち『アインシュタイン選集第2巻』（内山 1970）収録論文については内山訳である。

から絶対微分の理論を教えられ共同研究を始めた。1913年のアインシュタインとグロスマンの共著論文「一般相対性理論および重力論の草案」<sup>13</sup>において、重力ポテンシャルを静的重力場の理論の1変数のスカラーからテンソルへと拡張した。グロスマンが数学の部を担当し、アインシュタインが物理学の部を執筆しているが、数学的道具立てとして絶対微分を導入し、多様体理論に基づく理論を展開している。すなわちこの理論で扱われる方程式はテンソルによって構成され、テンソル式は任意の変換に対して不変であるので、テンソル式によって基本方程式を表現することができれば、任意の座標変換について共変な理論となる。

アインシュタイン - グロスマンの理論の構成は次のようになる。

特殊相対性理論での不変量は式(1)によって表現されていたが、新しい理論では次のような不変量に拡張される。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (4)$$

ここで  $g_{\mu\nu}$  は基本テンソルと呼ばれ、時間と空間の物差しを決定する。また、重力場の状態を表す重力ポテンシャルの役割を果たす。

運動方程式については次のようになる。

$$\frac{d^2 x^m}{d\tau^2} + \Gamma^m_{ij} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau} = 0 \quad (5)$$

この理論の問題点は、重力場方程式がテンソルによって構成されないため任意の座標変換に対して同じ形をとるという一般共変性を満たさないことであった。

重力場方程式の候補となる式の条件は次のようなものである。

- ポアソンの方程式(2)の一般化となる<sup>14</sup>。
- 極限でニュートン近似に一致する。

重力場方程式の候補としては  $\Theta^{\mu\nu}$  を質量エネルギーテンソル、 $k$  を重力定数として次のものが示される。

$$k\Theta^{\mu\nu} = \Gamma^{\mu\nu} \quad (6)$$

<sup>13</sup> Einstein and Grossman 1913. 以下本文中では「草案」とする。

<sup>14</sup> ただし Einstein and Grossman 1913 ではポアソンの方程式は  $\Delta\varphi = 4\pi k\rho$  となっている。

ただし、 $\Gamma^{\mu\nu}$  は  $\Delta\varphi$  を一般化したもので、基本テンソル  $g_{\mu\nu}$  から微分演算によってつくられるものである。ポアソンの方程式に対応して、重力場方程式の候補の式は2階微分方程式となると考えたが、この論文でアインシュタインはこのような2階反転テンソル  $\Gamma^{\mu\nu}$  を見つけることは不可能であると結論付けている。これは、数学の部を担当したグロスマンの議論に基づくものである。グロスマンが基本テンソルからなる2階反変テンソルとして  $\Gamma^{\mu\nu}$  の候補として挙げたのはリッチテンソルである。しかし弱い静的重力場では  $\Delta\varphi$  にならないため、先に挙げた条件を満たさない。

このように、条件に合う一般共変な重力場の方程式を示すことができなかったが、「草案」の時点では、この点については理論の進展にゆだねるという姿勢がとられ、一般共変な重力場方程式を求めるという方針は否定されてはいない<sup>15</sup>。

### 3.4 Hole argument (穴の議論)

しかし1914年の論文「一般相対性理論の形式的基礎」<sup>16</sup>においては、本来求めていた一般共変な重力場方程式が不可能であるとして、次のような議論を行っている。

重力場方程式が一般共変であり任意の変換を満たすのであれば、同じ質量の分布を表す物質のない空間を考える際に同じ質量の分布を表す質量エネルギーテンソルに対して、複数の基本テンソル、つまり時空の表現が与えられる。この事態を指して因果律が破綻しているとした。その上で因果律を維持しようとするなら重力場の方程式が一般共変ではありえないという結論を導いた。これをもとに一般共変な重力場の方程式を満たす重力場の表現を探すことから、望ましい座標系の選択の制限に探究の目標を変えるべきとの主張を行っている。

### 3.5 一般相対性理論の完成

その後望ましい座標選択の制限が得られないこともあって、一般共変な重力方程式の探求という方向に戻り、1915年に論文「一般相対性理論について」<sup>17</sup>において一般共変な重力場の方程式にたどりついている。その際の方針は1913年のアインシュタイ

<sup>15</sup> 「最終的な、正しい重力場の方程式が2階以上の高次微分方程式であるという可能性を、初めから否定することはもちろんできない。したがって、完全な、正確な重力場の微分方程式が任意の座標変換に対して共変的であるという可能性はなお常に残っている。しかしこのような可能性を追求することは重力場の物理的特性についての現在のわれわれの知識から見ると尚早である」(Einstein and Grossman 1913, pp. 11–12)

<sup>16</sup> Einstein 1914d.

<sup>17</sup> Einstein 1915.

ン・グロスマン理論と基本的には同じである．1913年の時点で、重力場の方程式の左辺の成分である  $\Gamma^{\mu\nu}$  の候補としてグロスマンが挙げていたリッチテンソルを捨て、基本テンソルからなる2階反転テンソルを探し、その結果一般共変な重力場方程式にたどり着いている<sup>18</sup>．

## §4 一般相対性理論の原理的要請

1916年の総説論文「一般相対性理論の基礎」<sup>19</sup>では、第1部が相対性の要請についての原理的考察にあてられている．その中で一般相対性理論の原理的要請について論じられている．

ここでは「一つの座標系  $K$  が、それを基準にしたとき物理法則が最も簡単な形になるように選ばれたとする．そうすると、 $K$  に対して一様な速度で走っている他の任意の座標系  $K'$  を基準にしても、 $K$  におけるものと同じ法則が成り立つべきである」<sup>20</sup>という要請を特殊相対性原理としている．この原理が「特殊」であるのは  $K$  に対して一様な速度で運動している系に対してだけ成り立ち、 $K$  に対して一様でない運動をしている系については成り立たないという点を指している．

そしてこの「特殊」相対性原理の拡張として、「物理学の法則はどんな運動をしている基準系において成り立つべきである」<sup>21</sup>とアインシュタインは主張している．さらに一般相対性の要請に従う理論の満たすべき要求として次のものを示している．

すべての自然法則はあらゆる座標系に対して成り立つような等式によって表現されるべきである．すなわち、任意の座標変換に対して共変（これを一般共変と呼ぶことにする）な等式によって書き表されるべきである<sup>22</sup>．

さらにこの後、1918年論文「一般相対性理論についての原理」<sup>23</sup>では一般相対性理論の原理的要請について次のように述べている．

### a) 相対性原理

<sup>18</sup> Einstein 1915.

<sup>19</sup> Einstein 1916.

<sup>20</sup> Einstein 1916, p. 770.

<sup>21</sup> Einstein 1916, p. 772.

<sup>22</sup> Einstein 1916, p. 776.

<sup>23</sup> Einstein 1918.

自然法則は、時間的空間的一致についての陳述のみである。それゆえ、自然法則の唯一の自然な表現は、一般共変方程式において見出される。

b) 等価原理

慣性と重さは同じ性格である。

c) マッハ原理

重力場は完全に物体の質量によって決定される。……重力場は物質のエネルギーテンソルによって引き起こされ決定されるといえる。

(注：今まで私は原理 a と c を区別していなかったが、このことは混乱を引き起こす。この原理は「慣性は物体の相互作用から導かれるべきである」というマッハの要求の一般化を意味するので、マッハ原理という名前を選んだ。<sup>24</sup>)

一般相対性理論が完成した際、以上の主張が一般相対性理論を支える要請として示されている。

これらのアインシュタインの2つの論文から一般相対性理論が満たすべき要請として次のようなものが取り出せる。

A 等価原理

B 自然法則はどのような運動をしている系においても成り立つべきである

C 自然法則は一般共変な形をとる

D マッハ原理：重力場は完全に物体の質量によって決定される

このうち最後に挙げたDの「マッハ原理」は、1918年論文「一般相対性理論についての原理」<sup>25</sup>にあるように「慣性は物質の相互作用から引き起こされるべきである」という主張の一般化とされ、マッハの名を与えられている。

以下ではこの「マッハ原理」という主張に注目し、一般相対性理論の原理的要請として、これらのものに注目していた背景、なぜ「マッハ原理」が「慣性は物体の相互作用から導かれるべきである」という主張の一般化といえるのか、原理 a と c を区別していなかったとはどういうことかについて考えていきたい。

<sup>24</sup> Einstein 1918, p. 38. 注はアインシュタインによる。

<sup>25</sup> Einstein 1918.

## §5 マッハのニュートン批判

アインシュタインの一般相対性理論について論じる前に、彼がどのような理論を目指していたかをはっきりさせるためにそれまでの理論における時間と空間のとらえ方、特にニュートンの理論に対するマッハの批判をごく簡単に見ておこう。

ニュートン力学は、理論の基礎として絶対空間と絶対時間を想定している。すなわちニュートン力学の基本法則が成り立つ系は慣性系と呼ばれる系であり、この慣性系は絶対空間に対して静止、あるいは等速直線運動をする系である。このような絶対空間は直接には観測できないが、ニュートンは絶対空間に対する絶対運動を観測する可能性として絶対回転の検出を挙げ<sup>26</sup>、次のようなバケツの実験を提案する。水の入ったバケツを考えると、バケツが回転していれば遠心力のために水面がへこむが、回っていないかばへこまない。つまり遠心力やコリオリ力のような見かけの力（慣性力）が現れるかどうかによって、他の物体を参照せずとも、絶対的な回転の存在が示せるはずである。

このように絶対空間と絶対時間を基礎としたニュートンに対してマッハは、われわれの力学の基本法則は、すべて物体の相対位置と相対運動に関する経験であるとした。すなわち絶対空間や絶対運動は経験の中には現れない空想の産物であるとし、絶対時間と絶対空間に基礎を置くのではなく、物体の相互の関係を基礎とするべきであると主張したのである<sup>27</sup>。

ニュートンが絶対回転運動の証拠であるとしたバケツの実験に対して、マッハは次のように反論している。

ニュートンが行った回転するバケツの実験は、単に次の事を教えるに過ぎない。バケツの壁に対する相対運動は目に見えるほどの遠心力を引き起こさないが、地球ほどの質量や残りの天体に対する相対回転は目に見えるほどの遠心力を引

<sup>26</sup> 「絶対運動を相対運動から区別する効果とは、回転運動の軸から遠ざかるようとする力である。なぜなら、そのような力は純粹に相対的な回転運動には存在しないが、真の絶対的な回転運動には存在し、運動の量にしたがって大きくもなれば小さくもなるからである。」(Newton [1687] 1979, p. 69. 日本語訳は河辺訳による)

<sup>27</sup> 「絶対空間や絶対運動について云々できる人は1人もいない。それは経験の中に決してあらわれない単なる空想の産物である。詳しく説明してきたように、私達の持っている力学の基本法則はすべて、物体の相対位置と相対運動に関する経験なのだ。」(Mach [1933] 1969, p. 211. 文中強調はマッハによる。以下日本語訳は伏見訳による)

き起こす<sup>28</sup>。

そして慣性系を特別な絶対的な空間に関係付ける必要はなく、宇宙全体に関係付けるべきであるとして次のように主張した。

物体は空間内でその運動方向と速さを保存すると言うとき、それは宇宙全体に関係付けよ、という命令の簡潔な表現なのである。この原理の発見者は、この命令を実行するのは通例何の困難もないことを知っているから、こんな風に簡潔に表現してよかった。しかし、万一困難が生じたとき、例えば、必須の准処すべき物体がないようなときには、どうしようもなくなる<sup>29</sup>。

慣性の法則を特別な絶対的な空間に関係付ける必要はないことがわかる。むしろ、普通の意味の力を及ぼしあっている質量も、力の働いていない質量も、ともに全く同種の加速度関係にあることがわかる。すなわち、全ての質量は互いに関係しあっていると考えることができる<sup>30</sup>。

マッハによれば、「慣性系」とは、観測することのできない絶対空間に対してではなく、恒星天（あるいは、宇宙の全物質の中心）に対して加速度を持たない基準系である。そして遠心力やコリオリ力は、このような基準系に対する相対的な運動の効果として現れる。すなわち慣性の法則は宇宙全体の物質と関連付けなければならない<sup>31</sup>。

まとめるとマッハのニュートン批判には以下の2つの要素があるといえる。

- i 運動学は、物体の相互の関係を基礎とするべきである。
- ii 慣性法則、慣性系は宇宙全体と関連づけるべきである。

## §6 「慣性の相対性」の分析

ここでは「慣性の相対性」という概念を整理し、アインシュタインがマッハの主張の具体化として想定しているのは、§5のi, iiのどちらの要素が検討する。まず「マッハ原理」、「慣性の相対性」にかかわる概念としてどのようなものがあるかを挙げ、整

<sup>28</sup> Mach [1933]1969, p. 215.

<sup>29</sup> Mach [1933]1969, p. 216. 文中強調はマッハによる。

<sup>30</sup> Mach [1933]1969, p. 218.

<sup>31</sup> 「宇宙に、十分多数の物体が見かけ上静止している限り、この新しい表現は、ふつうの表現と同等になる。」(Mach [1933]1969, p. 219)

理しよう<sup>32</sup>。

1918 年論文「一般相対性理論についての原理」<sup>33</sup>において、「マッハ原理」は「慣性は物体の相互作用から導かれるべきである」という主張の一般化であるとして、「マッハ原理」と慣性が関連づけられている。そのためこの「慣性は物体の相互作用から導かれるべきである」というアイデアを次のように「マッハ原理」と区別し、まずは「慣性の相対性」と呼ぶことにする。

D 「マッハ原理」重力場は完全に物体の質量によって決定される。

D' 「慣性の相対性」物質の慣性は他の物体との相互作用によって引き起こされる。

ではここで「慣性」と呼ばれているのは何だろうか。「慣性」という概念は、「慣性抵抗」、「慣性質量」、「慣性系」などさまざまな場面で登場する。アインシュタインが「慣性の相対性」という言葉を用いるときは、何を指しているのだろうか。結論としてはアインシュタインは「慣性」という言葉を曖昧に用いて、「慣性質量」、「慣性抵抗」、さらに「加速度」にかかわる議論を行っているということが以下での主張である。

「慣性の相対性」のアイデアが初めて登場するのは 1912 年論文「電磁誘導と類似した重力効果はあるか？」<sup>34</sup>である。その中で「慣性の相対性」とされているのは次のようなことである。質量  $M$  が均質に分布した半径  $2$  の球殻  $K$  の中心に質量  $m$  の質点があるとして、球殻が  $\Gamma$  の加速度を受けるとき、この質点  $P$  は球殻  $K$  からどのような力を受けるかを考える（ただしここで述べる議論では加速度は関係しない）。その中で、球殻の存在が与える影響についての考察で「慣性の相対性」というアイデアが登場している。

考察の結果として、質点  $P$  の質量が球殻の存在により次のように変化することが示されている。

$$m' = m + \frac{kmM}{RC_0} \quad (7)$$

(ただし、 $k$  は重力定数、 $C_0$  は光速度。)

上式より近隣に大きな質量を持つ物体が存在することにより、慣性質量が変化するという結論を導いた<sup>35</sup>。ここで行われているのは、静的重力場における質点の運動方

<sup>32</sup> ここでは概念の整理にとどめ、歴史的な流れについては §7 で詳しく示す。

<sup>33</sup> Einstein 1918.

<sup>34</sup> Einstein 1912.

<sup>35</sup> 初出ではこのようにして「慣性の相対性」を導いているが、これ以降理論を進めていく過程では、質



程式についての考察である．この結果について次のように述べている．

この結果自身非常に興味深い．これは慣性殻  $K$  が殻の中の質点  $P$  の慣性質量を増加させていることを示している<sup>36</sup>．

そして注において次のようにマッハに言及するのである<sup>37</sup>．

慣性の  $K$  の存在により，殻の中に質点  $P$  の慣性質量は増加するということを示している．これは質点の全慣性が他の物体の効果であり，この効果は他の物体との相互作用に基づいている，ということを示唆している．(注1 これはマッハがこのテーマについての鋭い探求で示していたのと全く同じ観点である．)<sup>38</sup>

ここから，「慣性の相対性」として次の2つの内容があることが理解される．

#### I 慣性質量の相対性 (局所的な慣性の相対性)

質点の慣性質量は，近隣の物質の存在によって影響を受ける．

#### II 全慣性の相対性 (大域的な慣性の相対性)

物体の全慣性は他の物質の存在によって完全に決定される．

I と II の違いはさらに表2のようにまとめられる．

「マッハの主張」と関連づけられているのは II の全慣性の相対性，つまり実際の効果ではなく，理論が満たすべき性質である．そしてこれは §5 の ii，つまり慣性法則，慣性系は宇宙全体と関連づけるべきであるという主張に近いものである．

点の運動方程式から導かれる運動量，エネルギーに現れる慣性質量は重力ポテンシャルに依存するとしてまとめられる．1912年論文は試論であり，「慣性の相対性」だけを導くものでないため，このような議論になっている．また質点の運動方程式の扱いにも過渡的な要素が見られる．

<sup>36</sup> Einstein 1912, p. 39.

<sup>37</sup> この論文で扱われているモデルは，宇宙全体の物質の分布によって慣性が決定されるというマッハの主張のモデルであると考えられる．つまりこのように球殻の周辺に質量が集中するモデルは孤立した物質が宇宙全体の質量分布によってどのような影響を受けるかという考察である．このことについては，慣性が物質のある種の相互作用にその起源を持つということが，ニュートンのバケツの実験に対するマッハの議論と一致するということ，そして等価原理が確証されたならば慣性の相対性の仮説が確証されるだろうと1913年6月25日のマッハ宛の書簡 (Einstein 1913a, p. 531) で述べている．

<sup>38</sup> Einstein 1912, p. 39. 文中強調，注はアインシュタインによる．

I 慣性質量の相対性	II 全慣性の相対性
<ul style="list-style-type: none"> <li>・「局所的」効果</li> <li>・実際に理論にあらわれる効果</li> <li>・「慣性質量」への影響を「量」として表現したもの</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「大域的」な物質分布にかかわる</li> <li>・新しい理論が満たすべき性質</li> <li>・質点の「性質」である「慣性抵抗」の決定にかかわる</li> </ul>

表2 「慣性の相対性」の2つの内容

## §7 一般相対性理論の形成における「慣性の相対性」の位置づけ

この節では「慣性系の相対性」が一般相対性理論の形成においてどのように位置づけることができるかということについて論じる．そして §6 で示した「慣性の相対性」の内容とその区別についての議論が一貫して維持できることを示そう．

### 7.1 静的重力場の理論の時期

特殊相対性理論を拡張した相対性理論が満たすべき要請としてはじめに登場しているのは、「等価原理」である．等価原理は発見的な仮定として登場しており、アインシュタインによる位置づけは一貫している．

そして等価原理により、特殊相対性理論の拡張の方向性として、一様重力場を一様加速度参照系に置き換えるということを出発点として、理論の範囲を任意の運動状態の参照系に拡張し、絶対加速度が無意味になる理論を目指すという方針がとられた．

「慣性の相対性」という概念が初めて登場するのは、§6 で述べたように 1912 年「電磁誘導と類似した重力効果はあるか？」<sup>39</sup>においてであり、これは静的重力場の理論に関連してのことである．具体的には等価原理を踏まえ静的重力場における質点の運動方程式の考察により新たに現れる効果を示している．そしてその効果を I の「慣性質量が他の物体の影響を受けるもの」とであると、そこから II の主張を行い、「マッハのアイデア」と関連づけていることも §6 で見たとおりである．

<sup>39</sup> Einstein 1912.

## 7.2 アインシュタイン - グロスマン理論の時期

このような路線が、絶対微分を導入し任意の重力場の理論に向かったアインシュタイン - グロスマン理論の際にどうなったかを見よう。

1913 年論文「一般相対性理論および重力論の草案」<sup>40</sup>ではマッハのアイデアに合致するとして、慣性質量について述べている。すなわち静的重力場の理論における質点の運動方程式の議論に関連し、次のように述べている。ここで行われている議論は、静的重力場の理論での慣性の相対性の主張と共通している。

慣性質量は、運動量やエネルギーの中に顔を出す際には、 $\frac{m}{c}$  となる。ここに  $m$  は質点に固有のもので、重力ポテンシャルには無関係な定数である。マッハは、質点の慣性質量の起源はその質点と他のすべての物体との相互作用の中に内在していると考えた。したがって、われわれが上に得た結果、すなわち、慣性質量が重力ポテンシャルに依存するという結果は、マッハの大胆な考えに合致している<sup>41</sup>。

「草案」発表後の論文の内容は主にアインシュタイン - グロスマン理論の解説である。内容としては「草案」と共通しており、成果として静的重力場の理論、一般共変な質点の運動方程式、保存則、さらに「草案」で示された線形変換についてのみ共変な重力場の方程式について述べられている<sup>42</sup>。アインシュタイン - グロスマン理論では、静的重力場の理論とは異なり光速は定数ではなく、重力場の状態に依存する変数となる。そのため特殊相対性理論の基本方程式 (I) は維持されない。それに代わり、絶対微分により一般共変な基本方程式が示され、その他の成果が示される。しかしアインシュタイン - グロスマン理論では、任意の座標変換に対して共変な重力場の方程式は示されない。そのため特殊相対性原理の拡張として、一般共変性が満たされているとの主張はできない。その一方で慣性の相対性に関連して、アインシュタイン - グロスマン理論の優位性が主張されている。

<sup>40</sup> Einstein and Grossman 1913.

<sup>41</sup> Einstein and Grossman 1913, p. 6. ここで扱われているのは静的重力場の理論であるので、光速  $c$  が重力ポテンシャルに相当している。

<sup>42</sup> 短いものがほとんどであり、これら一連の論文では、アインシュタイン - グロスマン理論がどのようにして特殊相対性理論の拡張を行っているかということが主なテーマとなっている。絶対微分という物理学者にはなじみのない数学について解説することも大きな目的である。

「草案」直後の短い論文「重力の理論」<sup>43</sup>においては、アインシュタイン - グロスマン理論を指して、次のような結果を含意するとしている。

物体の慣性が、個別の加速された物体自身の性質ではなく、相互作用によるものである。つまり他の物体に関する物体の相対的な加速度に対する抵抗である。この概念は認識論的な土台においてすでにマッハや他の者によって既に進められてきたものである<sup>44</sup>。

これを §6 の II と比べると内容がより明確となっている。つまりアインシュタイン - グロスマン理論が含意する内容として、1912 年「電磁誘導と類似した重力効果はあるか？」<sup>45</sup>における「全慣性」が「慣性」という「性質」にかかわるものであり、さらに「加速度に対する抵抗」であることが明確にされ、この点がマッハに関連づけられている。

それに続く論文「重力理論の物理的基礎」<sup>46</sup>ではアインシュタイン - グロスマン理論が「慣性の相対性」を含むことを指しこの理論の優位性を強調している<sup>47</sup>。すなわち以前の理論が持っていた認識論的な欠陥の克服が主張されている。

ここで述べた理論は、もとの相対性理論〔特殊相対性理論〕とガリレオの力学の認識論的欠点を克服している。この欠点は特にマッハによって強調されたものである。速度の概念の絶対的な意味について語ることができないのと同様に質点の加速度の概念の絶対的な意味についても語ることができないのは明らかである。加速度は他の物体について相対的な加速度としてしか定義され得ない。この状況により、加速の抵抗（古典力学の意味での物体の慣性抵抗）を単に物体に帰することは無意味であるように見える。その代わりに慣性抵抗が他の物体を考慮した中での物体の相対的な加速度に関連して生じるとみなさなければならない。物体の慣性抵抗は、近隣に置かれた加速されていない質量の存在によって増加するということが要求される。そしてこの慣性抵抗の増加は近隣の質量がその物体といっしょに加速すれば消えなければならない。このような慣性抵抗の振る舞い　これを慣性の相対性と呼ぼう　は実際に等式 (5)〔式

<sup>43</sup> Einstein 1913b.

<sup>44</sup> Einstein 1913b, p. 138. 文中強調はアインシュタインによる。

<sup>45</sup> Einstein 1912.

<sup>46</sup> Einstein 1914a.

<sup>47</sup> 「慣性の相対性」という表現が初めて登場するのはこの論文である。

は原論文中的のもの]からわかる。この状況はここで述べた理論のもっとも強い要点の1つを成している<sup>48</sup>。

また同時代の競合理論に対しても、この「慣性の相対性」を根拠にアインシュタイン - グロスマン理論の優位性が主張されている。この理論がノルドシュトルム理論よりも複雑であり<sup>49</sup>、より一般化する必要があるという点を認めた上で、それが優れている点として次のように述べている。

アインシュタイン - グロスマン理論は、今までの力学が持っており、鋭い認識論者、特にマッハによって長く感じられていた認識論的な弱点を消し去っている<sup>50</sup>。

その欠点とは以下のものである。

加速度は他の物体についての相対加速度としてのみ観測できる、つまりわれわれは相対的な加速度を定義できるのみである。それゆえ、物体が加速に対する抵抗を及ぼす、つまり加速度そのものについて(相対的な加速度ではなく絶対加速度)何かを述べているガリレオ - ニュートンの運動法則は疑問である。新しい理論はこの矛盾を排除している。この理論によると慣性は他の物質に相対的な加速度に対する抵抗として表れる<sup>51</sup>。

またニュートン - ガリレオ理論の加速度は「絶対的な加速度(「空間」に対する加速度)」であり、それに対してアインシュタイン - グロスマン理論では「他の物体に対する加速度」相対加速度の存在が決定的である<sup>52</sup>とし、慣性質量が近隣の物体の影響を受けるという効果をもとに、自分が取り組んでいる理論が「全慣性が物体によって引き起こされる」理論であるとした。さらにその点が「加速度を絶対的な意味で語ることができない」という点でニュートン力学や特殊相対性理論の持っていた認識論的欠点を克服しているとの主張を行っている。

---

<sup>48</sup> Einstein 1914a, p. 290. 文中強調はアインシュタインによる。[ ]内は筆者。

<sup>49</sup> アインシュタイン - グロスマン理論の絶対微分に基づく理論に対して、ノルドシュトルムらのスカラーポテンシャル理論があった。数学的な単純さ、特殊相対性理論の原理である光速不変を維持する等の観点から特殊相対性理論の自然な拡張として、ノルドシュトルムの理論は当時の物理学者にとっては魅力的であった。

<sup>50</sup> Einstein 1914b, p. V.

<sup>51</sup> Einstein 1914b, pp. V-VI. 文中強調はアインシュタインによる。

<sup>52</sup> Einstein 1914c, p. 348.

ここまで見てきた彼の議論から次の3点を指摘したい。

第1に、慣性質量が近隣の物体の存在により「影響を受ける」という効果をもとに、アインシュタインの理論が完成した際には、「全慣性が他の物体により引き起こされる」とみなし、それをもってマッハのアイデアに合致しているとしていることである。すなわち現在得られている効果であるⅠから、完成した理論ではⅡが成り立つという見通しを述べ、それにより理論の優位性を主張するのである。

第2に、Ⅰの局所的な効果をⅡの全体にかかわる大域的な議論に拡張している。

第3に、ニュートン・ガリレオ理論の認識論的欠点として、絶対加速度の存在すなわち絶対空間に対する加速度の存在を指摘し、アインシュタイン・グロスマン理論ではⅡの見通しにより加速度が物体相互の關係に依存するとし、それは認識論的欠点を克服した理論であるとしている。

等価原理により相対性原理の拡張を目指した際に、特殊相対性原理によって速度の概念が無意味になったのと同様に、拡張された相対性原理によって加速度の概念が無意味になるというアイデアが中心にある。このことから、新しい理論の優位さとして、加速度が相対的であるという点を示そうとするのは自然であると言える。しかし実際に理論において、相対的な加速度あるいは等価原理に伴って想定されていた任意の運動状態の系で成り立つ基本法則を示すことはできていない。それに代わって示されているのはⅡの「全慣性の相対性」という見通しであり、これはⅠの「慣性質量の相対性」という効果から来ている。

つまり彼の議論は次のようにまとめられる。以下の3つの段階が取り出せ、「慣性質量の相対性」が「全慣性の相対性」を支え、「全慣性の相対性」が「加速度の相対性」を支えるという構造になっているが、各段階の間に飛躍がある。

- 「慣性質量の相対性」理論で示されている効果
- 「全慣性の相対性」完成した理論が満たすべき性質についての見通し
- 「加速度の相対性」拡張された「相対性原理」と関連した概念的な主張

これまで見てきたように、アインシュタイン・グロスマン理論を展開する際、「慣性の相対性」、つまり「慣性質量の相対性」と「全慣性の相対性」の両者を含んだ議論は、静的重力場の理論同様の形で維持されている。さらにこの「慣性の相対性」が、一般共変な重力場の方程式が示されていない段階でアインシュタイン・グロスマン理論の優位性を示すものとなっている。つまりアインシュタイン・グロスマン理論が特殊相対性理論の拡張として有望であり正しい方向に進んでいる根拠として「慣性の相対性」

の主張を拡大し、絶対加速度というこれまでの理論が持っていた認識論的欠陥を克服しているという主張がなされている。

### 7.3 「穴の議論」の時期

この後アインシュタイン - グロスマン理論では一般共変な重力場の方程式が示されないことから、重力場の方程式は一般共変ではないという議論に向かっていく<sup>53</sup>。その際、ここでみた「慣性の相対性」に対する扱いはどのようになるだろうか。

結論から言えば、アインシュタイン - グロスマン理論が「慣性質量の相対性」を含むという議論は維持されているのである。一般共変な重力場方程式の可能性を否定する「穴の議論」が述べられてる論文「一般相対性理論の形式的基礎」<sup>54</sup>では慣性質量が近隣の重力ポテンシャルの増減に影響されるという結果が示されている。そしてその結果を指して次のように主張している。

われわれの理論では空間の独立した物理的性質はなく、物質の慣性は他のすべての物質との間の相互作用の結果である<sup>55</sup>。

ここでも慣性質量が近隣の物質の影響を受けて変化するとの結果を受け、つまり I の「慣性質量の相対性」を受けて、アインシュタインの理論は「慣性」がすべての物体の相互作用によって決定される理論であると主張されている。つまり II の「全慣性の相対性」の主張は維持されている。この論文でも、主張の根拠、意図ともアインシュタイン - グロスマン理論の時期との明確な違いは見られない。

## §8 相対性理論の原理的要請と「マッハ原理」

### 8.1 1916 年論文における「相対性の要請」

一般共変な重力場方程式にたどりついたことにより相対性理論が完成したが、それをまとめた 1916 年の総説論文「一般相対性理論の基礎」<sup>56</sup>では、第 1 章が「相対性の要請についての原理的考察」と題され、一般相対性理論の要請がまとめられている。

ここで「慣性の相対性」との関連について見る前に一般相対性理論の原理的要請に

<sup>53</sup> 詳細については §8 を参照。

<sup>54</sup> Einstein 1914d.

<sup>55</sup> Einstein 1914d, p. 1085.

<sup>56</sup> Einstein 1916.

について見てみよう。まず，特殊相対性理論の基礎として特殊相対性原理が挙げられている

#### 特殊相対性原理

「一つの座標系  $K$  が，それを基準にしたとき物理法則が最も簡単な形になるように選ばれたとする。そうすると， $K$  に対して一樣な速度で走っている他の任意の座標系  $K'$  を基準にしても， $K$  におけるものと同じ法則が成り立つべきである<sup>57</sup>」

そしてこの特殊相対性原理の拡張についてマッハに言及していた。

古典力学は認識論的な欠陥を持っている。この事情は特殊相対性理論においても同様である。この欠陥を初めて指摘したのは，多分マッハであろう<sup>58</sup>。

同じ大きさで同じ種類の流体の塊  $S_1, S_2$  が空間の中で漂っているとする。この二つの物体は他の物体から十分離れているとして，この二つの物体を含む系でそれぞれの物体を観測したときに  $S_1$  は球， $S_2$  は回転楕円体というように，異なった形であったとする<sup>59</sup>。ニュートン力学ではこの原因を慣性系に対する運動状態の違いに求めるが，それを批判して次のように主張する。

一般の運動法則……は力学的振る舞いが本質的には遠方にある物体によって制限されるようになっていなければならない<sup>60</sup>。

このことより相対性の要請の拡張を主張している。

相対的に任意に運動しているすべての空間  $R_1, R_2, \dots$  のうち，先験的にどの一つをも特別扱いしてはならない。そこで物理学の法則はどんな運動をしている基準系においても成り立つべきである。このようにしてわれわれは相対性の要請を拡張すべきであるという結論に達する<sup>61</sup>。

さらに等価原理を，特殊相対性原理の拡張を支持する物理的事実であるとして示し

<sup>57</sup> Einstein 1916, p. 770.

<sup>58</sup> Einstein 1916, p. 771.

<sup>59</sup> Einstein 1916, p. 771.

<sup>60</sup> Einstein 1916, p. 772.

<sup>61</sup> Einstein 1916, p. 772. 文中強調はアインシュタインによる。



ている。

また「時空，物理法則を示す方程式の一般共変性の要求」として次のように主張している。

古典力学や特殊相対性理論においては，空間及び時間の座標は直接の物理学的意味を持っている<sup>62</sup>。

上述のような時空に対する見解は捨て去らねばならない。そして一般相対性の要請を実行に移すためには，また特殊相対性理論は重力場が存在しないような特別な場合に限りて成立するものと考えるならば，時空に対する上述の考えはもっと一般的な見解に置き換えられなければならない<sup>63</sup>。

すべての自然法則はあらゆる座標系に対して成り立つような等式によって表現されるべきである。すなわち任意の座標変換に対して共変（これを一般共変と呼ぶことにする）な等式によって書き表されるべきである<sup>64</sup>。

すなわちわれわれが行う時間的，空間的なすべての証明は，結局は2個（または数個）の局所的事件の時間的並びに空間的一致を確かめるということに帰着される<sup>65</sup>。

基準系を設けることはこのような種々の一致（すなわち邂逅）を記述する際にそれを容易にするための補助手段に過ぎない<sup>66</sup>。

われわれの物理学的経験のすべては結局はこのような一致に還元されるから，ある座標系を他の座標系よりも特に優遇する根拠は存在しないことになる。このようにしてわれわれは一般共変性の要求に到達する<sup>67</sup>。

ここでまずあらゆる座標系に対して成り立つ等式を一般共変な等式とし，優先的な座標系が存在しないことの説明として物理的経験が時間的，空間的な一致によってのみ記述されることを挙げている。

<sup>62</sup> Einstein 1916, p. 773.

<sup>63</sup> Einstein 1916, p. 774.

<sup>64</sup> Einstein 1916, p. 776. 強調はアインシュタインによる。

<sup>65</sup> Einstein 1916, p. 776.

<sup>66</sup> Einstein 1916, p. 776.

<sup>67</sup> Einstein 1916, p. 777.

## 8.2 一般相対性理論の形成における「慣性の相対性」の役割

1916年論文「一般相対性理論の基礎」<sup>68</sup>における「相対性の要請」から次の点が指摘できる。

1. 「相対性の要請」とマッハの指摘した「認識論的な欠陥」の克服に関連づけている。
2. 「質点の力学的振る舞いが本質的には遠方にある物体によって制限されている」との主張をマッハに帰している。
3. 「相対性の要請」の拡張として「時空、物理法則を示す方程式の一般共変性の要求」を示している。

次にこの「相対性の要請」と「慣性の相対性」がどうかかわっているか検討する。

前節までに見てきたように、「慣性の相対性」の内容としては「全慣性の相対性」と「慣性質量の相対性」がある。この両者の関係は理論から得られる効果として「慣性質量の相対性」が示され、これが「全慣性の相対性」を満たす望ましい理論に進んでいる支えとされている。そして「全慣性の相対性」がマッハのアイデアに関連づけられる。さらに「全慣性の相対性」を満たすということが「加速度の相対性」を満たす理論に進んでいる、つまり相対性原理の拡張の方向に進んでいるという根拠とされ、これをアインシュタインは指して認識論的欠陥の克服と関連づけていた。この議論は一般相対性理論の形成の過程において一貫している。

そのため上記の一般相対性理論がニュートン力学や特殊相対性理論の認識論的欠陥を克服しているという議論を行う際に実質的に下敷きとなっているのは、一般相対性理論形成の過程で「慣性の相対性」に基づいて行われていた議論であると考えられる。上記の2の「遠方の物体」によって「質点の力学的振る舞い」が制限されるという主張からは、質点の力学的振る舞いを決める「性質」が大域的な物質分布に依存するといえるので、この主張は「慣性」という質点の「性質」が大域的な物質分布により決定されるという「全慣性の相対性」として想定されていた主張と類似したものになっている。

このような広い意味での「慣性の相対性」を、「物理学の法則はどのような運動をしている基準系においても成り立つべきである」という相対性の要請の拡張と結びつけ、

<sup>68</sup> Einstein 1916.

さらにこの相対性の要請の拡張と、すべての自然法則は任意の座標変換に対して共変な等式で表されるべきであるという「一般共変性の要請」とを等価であるとしているのが1916年論文での「相対性の要請」についての議論と言える。

このように、特殊相対性原理の拡張には

- 法則は遠方にある物体によって制限される
- 法則は任意の座標変換に対して共変な等式で表される

という2つの要素があるといえる。

ニュートン力学や特殊相対性理論の「認識論的欠陥」(の克服)と関連づけられ、一貫して維持されているのは前者の主張であり、これが「慣性の相対性」の主張と連続性を持っている。

## §9 まとめ:「マッハ原理」とは何だったのか

§4で見たように、1918年論文「一般相対性理論についての原理」においては、「マッハ原理」と「一般共変性の主張」、つまり「自然法則の唯一の自然な表現は、一般共変方程式において見出されるとする主張」が別のものとして示されている。一般相対性理論が完成し一般共変性についてあくまでも数学的な主張であるとの批判を受けた際に、理論の原理的な要請の物理的な内容を担うものとして、「一般共変性の主張」から意識的に分離したものが「マッハ原理」である。

アインシュタインは、1918年の時点で、1916年論文「一般相対性理論の基礎」においては、「マッハ原理」と「一般共変性」を混同していたと述べているが、これは特殊相対性原理の拡張である一般相対性原理として、「慣性の相対性」の主張と「一般共変性の主張」が先程述べたような形で混在していたことを指している。そして「マッハ原理」とされる主張の内容において一貫して維持されているのは、「全慣性の相対性」のアイデアである。より正確には、理論が満たすべき特徴として「全慣性の相対性」が主張され、これがマッハのアイデアの具体化とされている。

以上が一般相対性理論の形成における「マッハ原理」および「慣性の相対性」の位置づけである。さらにこのような原理的要請がどのような役割を果たしていたかという考察から、一般相対性理論がどのような理論を目指していたかについて1つの明確な論点を示すことができると考える。すなわち一般相対性理論の完成後、1918年の時点で「マッハ原理」の部分に原理的要請の物理的な内容を背負わせていることから、原

理的要請の物理的な内容を担っているのが「全慣性の相対性」であり、これがアインシュタインのいうマッハ的な理論と対応しているといえる。つまり彼が目指していたいわゆるマッハ的な理論とは、「全慣性の相対性」、「大域的な慣性の相対性」が満たされる理論であり、さらに「慣性」が物体に帰される性質ではなく、空間の性質であるという主張も踏まえれば<sup>69</sup>、「時空のあり方」が「宇宙全体の物質分布」によって完全に決定される理論であるといえる。

完成した一般相対性理論は「宇宙全体の物質分布が時空のあり方を決める理論」ではなく、このことが理解されることにより、「マッハ原理」は捨てられることとなった<sup>70</sup>。しかしながら、「マッハ原理」、「慣性の相対性」といった概念を明確にすることで、「アインシュタインが目指していたマッハ的な理論」と「現実完成した一般相対性理論の違い」が明らかになるだろう。この点を明らかにすることで時空の理論についての考察を深めることができる。すなわち新たな視点から一般相対性理論を基礎づけることや、望ましい時空の理論の候補、特にアインシュタインが行った以外のマッハの主張の実現の可能性を探る出発点となるだろう。

## 参考文献

- Barbour, Julian. 1995. Einstein and Mach's principle. In Barbour and Pfister 1995, pp. 125–153.
- . 2010. The definition of Mach's principle. *Foundations of Physics* 40: 1263–1284.
- Barbour, J. B. and H. Pfister, eds. 1995. *Mach's principle: From Newton's bucket to quantum gravity*. Boston: Birkhäuser.
- Earman, J. and C. Glymour. 1978. Lost in the tensors: Einstein's struggles with covariance principles, 1912–16. *Studies in History and Philosophy of Science* 9: 251–278.
- Einstein, Albert. 1907. Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogene

<sup>69</sup> 7.3 を参照。

<sup>70</sup> アインシュタインは完成した一般相対性理論が真空解を許す、つまり物質なしで時空のあり方を決めることが可能であり「マッハ原理」を満たさないことを問題とした。そして宇宙項を導入することで重力場方程式を修正し、閉じた有限宇宙モデルを示すことで「マッハ原理」を維持しようとした (Einstein 1917; ただし、この議論は「マッハ原理」の定式化に先立つ)。後にこのような宇宙モデルが維持できないことが明らかとなり、重力場方程式はもとの形に戻され、真空解が回避できないことで、一般相対性理論が「マッハ原理」を満たす理論ではないことが理解されることとなった。

- Folgerungen. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* 4: 411–462. [ In Stachel 1989b, doc. 47 ]
- . 1911. Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes. *Annalen der Physik* 35: 898–908. [ In Klein et al. 1993, doc. 23; 内山 1970, [A1] ]
- . 1912. Gebt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist? *Vierteljahrsschrift für gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen* 44: 37–40. [ In Klein et al. 1995, doc. 7 ]
- . 1913a. Letter to Ernst Mach, 25 June 1913. In Klein, Kox, and Schulmann 1993, pp. 531–532. [ doc. 448 ]
- . 1913b. Gravitationstheorie. *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft* 96: 137–138. [ In Klein et al. 1995, doc. 15 ]
- . 1914a. Physikalische Grundlagen einer Gravitaionstheorie. *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich* 58: 284–290. [ In Klein et al. 1995, doc. 16 ]
- . 1914b. Zur Theorie der Gravitaion. *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich* 59: IV–VI. [ In Klein et al. 1995, doc. 27 ]
- . 1914c. Zum der Relativitäts-Problem. *Scientia* 15: 337–345. [ In Klein et al. 1995, doc. 31 ]
- . 1914d. Die formale Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* 1914: 1030–1085. [ In Kox, Klein, and Schulmann 1996, doc. 9. ]
- . 1915. Zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* 1915: 778–786. [ In Kox, Klein, and Schulmann 1996, doc. 21 ]
- . 1916. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik* 49: 769–822. [ In Kox, Klein, and Schulmann 1996, doc. 30; 内山 1970, [A3] ]
- . 1917. Kosmologische Betrachtung zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* 1917: 142–152. [ In Kox, Klein, and Schulmann 1996, doc. 43; 内山 1970, [A6] ]
- . 1918. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik* 55: 241–244. [ In Janssen et al. 2001, doc. 4 ]
- Einstein, A. and M. Grossman. 1913. *Entwurf einer verallgemeinerten Rela-*

- tivitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*. Leipzig: Teubner. [ In Klein et al. 1995, doc. 13; 内山 1970, [A2] ]
- Hoefer, Carl. 1996. Einstein's formulations of Mach's principle. In Barbour and Pfister 1995, pp. 67–90.
- Janssen, Michel, Robert Schulmann, Jozsef Illy, Christoph Lehner, and Diana Kormos Buchwald, eds. 2001. *The Berlin years: Writings, 1918–1921*. Vol. 7 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- Klein, Martin J., A. J. Kox, Jürgen Renn, and Robert Schulmann, eds. 1993. *The Swiss years: Writings, 1909–1911*. Vol. 3 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- . 1995. *The Swiss years: Writings, 1912–1914*. Vol. 4 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- Klein, Martin J., A. J. Kox, and Robert Schulmann, eds. 1993. *The Swiss years: Correspondence, 1902–1914*. Vol. 5 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- Kox, A. J., Martin J. Klein, and Robert Schulmann, eds. 1996. *The Berlin years: Writings 1914–1917*. Vol. 6 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- Mach, Ernst. [1933]1969 年.『マッハ力学』第 9 版. 伏見譲訳. 東京: 講談社. [ 原書: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung* (Brockhaus, 1933) ]
- Newton, Isaac. [1687]1979 年.『自然哲学の数学的諸原理』河辺六男訳. 東京: 中央公論社. [ 原書: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) ]
- Norton, John. 1984. How Einstein found his field equations: 1912–1915. *Historical Studies in the Physical Sciences* 14: 253–316.
- Stachel, John. 1989a. Einstein's search for general covariance, 1912–1915. In *Einstein and the history of general relativity*, ed. Don Howard and John Stachel, pp. 63–100. Boston: Birkhäuser.
- Stachel, John, ed. 1989b. *The Swiss years: Writings, 1900–1909*. Vol. 2 of *The collected papers of Albert Einstein*. New Jersey: Princeton University Press.
- 内山龍雄編訳. 1970 年.『アインシュタイン選集 第 2 巻』東京: 共立出版.

